

Definición y Reglas Fundamentales de Derivadas Básicas

Definición de la Derivada

Sea u una función de x y n una constante.

La derivada de una función $f(x)$ con respecto a x es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Notaciones Comunes

Para una función $y = f(x)$, las notaciones son:

$$f'(x) \quad \frac{dy}{dx} \quad y' \quad D_x[f(x)]$$

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

$$\frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{u}) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{u}\right) = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{dx}$$

Propiedades de Linealidad

Sean c una constante, y u, v funciones de x .

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

$$\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

Exponenciales y Logarítmicas

Reglas de Producto y Cociente

Sea a una constante positiva, $a \neq 1$.

Producto: $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$

Cociente: $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$

Regla de la Cadena

Si $y = f(u)$ y $u = g(x)$, entonces:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(e^u) = e^u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(a^u) = a^u \ln(a) \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\ln u) = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\log_a u) = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$$

Funciones Trigonométricas Funciones Hiperbólicas

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(\sin u) &= \cos(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\cos u) &= -\sin(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\tan u) &= \sec^2(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\cot u) &= -\csc^2(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\sec u) &= \sec(u) \tan(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\csc u) &= -\csc(u) \cot(u) \frac{du}{dx}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(\sinh u) &= \cosh(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\cosh u) &= \sinh(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\tanh u) &= \operatorname{sech}^2(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\coth u) &= -\operatorname{csch}^2(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\operatorname{sech} u) &= -\operatorname{sech}(u) \tanh(u) \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\operatorname{csch} u) &= -\operatorname{csch}(u) \coth(u) \frac{du}{dx}\end{aligned}$$

**Funciones Trigonométricas
Inversas**

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(\arcsin u) &= \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\arccos u) &= -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\arctan u) &= \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\operatorname{arccot} u) &= -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\operatorname{arcsec} u) &= \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} \\ \frac{d}{dx}(\operatorname{arccsc} u) &= -\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}\end{aligned}$$