

Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z

Guía Maestra de 25 Ejercicios Resueltos Paso a Paso con Cálculo de Probabilidades y Lectura de Tablas

 Edición de Estudio Gratuita (Primeros 5 Resueltos + 20 de Práctica)

★ Formulario Rápido y Conceptos Fundamentales

Tipificación de Variable Continua (Puntuación Z): Transforma una variable $X \sim N(\mu, \sigma)$ a la normal estándar $Z \sim N(0, 1)$.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Regla Empírica (68-95-99.7): Distribución simétrica de probabilidad por desviaciones estándar.

$$P(\mu - k\sigma \leq X \leq \mu + k\sigma) = \begin{cases} 68.27\% & (k = 1) \\ 95.45\% & (k = 2) \\ 99.73\% & (k = 3) \end{cases}$$

Probabilidad en Intervalo entre dos puntos: Diferencia de áreas acumuladas en la tabla normal estándar.

$$P(a \leq X \leq b) = P(Z \leq z_b) - P(Z \leq z_a) = \Phi(z_b) - \Phi(z_a)$$

Cola Derecha y Complemento: Cálculo de probabilidad para valores superiores al umbral crítico z .

$$P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z) = 1 - \Phi(z)$$

Parte 1: Calentamiento (Uso Directo de Fórmulas)

Enfocada en afianzar conceptos clave y despejes básicos.

Ejercicio 1 Tipificación directa y cálculo de probabilidad menor que Z

Las calificaciones de un examen nacional siguen una distribución normal con media $\mu = 75$ puntos y desviación estándar $\sigma = 10$ puntos. Si se elige un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que su calificación sea menor a 85 puntos.

💡 Procedimiento Paso a Paso:

Datos Clave:

- Media: $\mu = 75$
- Desviación estándar: $\sigma = 10$
- Valor evaluado: $X = 85$

Fórmula y Despeje:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}, \quad P(X < 85) = P(Z < z) = \Phi(z)$$

Despejando:

$$Z = \frac{85 - 75}{10} = \frac{10}{10} = 1.00$$

Sustitución y Operaciones:

Buscamos en la tabla normal estándar para $z = 1.00$: $\Phi(1.00) = 0.8413$

RESULTADO:

$$P(X < 85) = 0.8413 \text{ (84.13\%)}$$

Nota Física: El 84.13% de los estudiantes obtuvieron una calificación inferior a 85 puntos.

Ejercicio 2 Cálculo de probabilidad para cola derecha (mayor que X)

Con los mismos datos del ejercicio anterior ($\mu = 75$, $\sigma = 10$), ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante obtenga una calificación superior a 90 puntos?

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- $\mu = 75$
- $\sigma = 10$
- $X = 90$

Fórmula y Despeje:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}, \quad P(X > 90) = 1 - P(Z \leq z)$$

Despejando:

$$Z = \frac{90 - 75}{10} = \frac{15}{10} = 1.50$$

Sustitución y Operaciones:

En la tabla: $\Phi(1.50) = 0.9332 \implies P(X > 90) = 1 - 0.9332 = 0.0668$

RESULTADO:

$$P(X > 90) = 0.0668 \text{ (6.68\%)}$$

Nota Física: Solo el 6.68% de los alumnos alcanzan calificaciones de excelencia superiores a 90.

Ejercicio 3 Probabilidad de un intervalo entre dos valores

La estatura de los adultos de una población se distribuye normalmente con media $\mu = 170$ cm y $\sigma = 8$ cm. Halla la probabilidad de que una persona mida entre 162 cm y 178 cm.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- $\mu = 170$ cm
- $\sigma = 8$ cm
- $X_1 = 162$ cm, $X_2 = 178$ cm

Fórmula y Despeje:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}, \quad P(162 \leq X \leq 178) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1)$$

Despejando:

$$z_1 = \frac{162 - 170}{8} = \frac{-8}{8} = -1.00, \quad z_2 = \frac{178 - 170}{8} = \frac{8}{8} = +1.00$$

Sustitución y Operaciones:

$$\Phi(1.00) = 0.8413, \quad \Phi(-1.00) = 1 - 0.8413 = 0.1587 \implies P = 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$$

RESULTADO:

$$P(162 \leq X \leq 178) = 0.6826 \text{ (68.26\%)}$$

Nota Física: El intervalo $[162, 178]$ corresponde exactamente a $\mu \pm 1\sigma$, confirmando la regla empírica del 68%.

Ejercicio 4 Cálculo inverso: determinar el percentil 90

El tiempo de vida útil de una batería sigue una normal con $\mu = 40$ horas y $\sigma = 5$ horas. ¿Qué vida útil mínima garantiza el 10% de baterías más duraderas (percentil 90)?

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- $\mu = 40$ h
- $\sigma = 5$ h
- Área acumulada: $P(X \leq x) = 0.9000$

Fórmula y Despeje:

$$x = \mu + Z \cdot \sigma$$

Despejando: Buscamos en el cuerpo de la tabla normal el valor más cercano a 0.9000: corresponde a $Z = 1.28$

Sustitución y Operaciones:

$$x = 40 + (1.28)(5) = 40 + 6.40 = 46.40 \text{ horas}$$

RESULTADO:

$$x = 46.40 \text{ horas}$$

Nota Física: El 10% superior de baterías supera las 46.4 horas de funcionamiento continuo.

Ejercicio 5 Intervalo de confianza central del 95%

Un proceso industrial llena bolsas de café con media $\mu = 500$ g y $\sigma = 6$ g. Determina el intervalo simétrico centrado en la media que contiene al 95% de la producción.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- $\mu = 500$ g
- $\sigma = 6$ g
- Nivel de confianza: 95% ($z = \pm 1.96$)

Fórmula y Despeje:

$$x_{1,2} = \mu \pm z \cdot \sigma$$

Despejando: Margen de tolerancia: $E = (1.96)(6) = 11.76$ g

Sustitución y Operaciones:

$$x_1 = 500 - 11.76 = 488.24 \text{ g}, \quad x_2 = 500 + 11.76 = 511.76 \text{ g}$$

RESULTADO:

[488.24 g, 511.76 g]

Nota Física: El 95% de los paquetes tendrán un peso comprendido entre 488.24 g y 511.76 g.

Parte 2: Análisis y Aplicación Práctica

Problemas contextualizados que requieren más de un paso analítico.

Ejercicio 6 Aplicación Práctica 1: Control de Calidad y Tolerancias

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 100$ mm y $\sigma = 1.5$ mm. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 2$ mm y $\mu + 2$ mm. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 100$ mm
- Desviación: $\sigma = 1.5$ mm

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 7 **Aplicación Práctica 2: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 105 \text{ mm}$ y $\sigma = 1.7 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 2.3 \text{ mm}$ y $\mu + 2.3 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 105 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 1.7 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 8 **Aplicación Práctica 3: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 110 \text{ mm}$ y $\sigma = 1.9 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 2.6 \text{ mm}$ y $\mu + 2.6 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 110 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 1.9 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 9 **Aplicación Práctica 4: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 115 \text{ mm}$ y $\sigma = 2.1 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 2.9 \text{ mm}$ y $\mu + 2.9 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 115 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 2.1 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 10 **Aplicación Práctica 5: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 120 \text{ mm}$ y $\sigma = 2.3 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 3.2 \text{ mm}$ y $\mu + 3.2 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 120 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 2.3 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 11 **Aplicación Práctica 6: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 125 \text{ mm}$ y $\sigma = 2.5 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 3.5 \text{ mm}$ y $\mu + 3.5 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 125 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 2.5 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 12 **Aplicación Práctica 7: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 130 \text{ mm}$ y $\sigma = 2.7 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 3.8 \text{ mm}$ y $\mu + 3.8 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 130 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 2.7 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 13 **Aplicación Práctica 8: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 135 \text{ mm}$ y $\sigma = 2.9000000000000004 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 4.1 \text{ mm}$ y $\mu + 4.1 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 135 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 2.9 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 14 **Aplicación Práctica 9: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 140 \text{ mm}$ y $\sigma = 3.1 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 4.4 \text{ mm}$ y $\mu + 4.4 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 140 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 3.1 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

➔ **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 15 **Aplicación Práctica 10: Control de Calidad y Tolerancias**

Un componente mecánico se fabrica con longitud media $\mu = 145 \text{ mm}$ y $\sigma = 3.3 \text{ mm}$. Las especificaciones de diseño aceptan piezas entre $\mu - 4.699999999999999 \text{ mm}$ y $\mu + 4.699999999999999 \text{ mm}$. Calcula la tasa de rechazo.

Datos del Problema:

- Media: $\mu = 145 \text{ mm}$
- Desviación: $\sigma = 3.3 \text{ mm}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Parte 3: Nivel Examen e Ingeniería

Ejercicios de alta exigencia, situaciones combinadas y casos reales.

Ejercicio 16 **Problema Avanzado de Laboratorio 1: Teorema del Límite Central**

Se toma una muestra aleatoria de $n = 25$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{25}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 17 Problema Avanzado de Laboratorio 2: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 30$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{30}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 18 Problema Avanzado de Laboratorio 3: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 35$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{35}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 19 Problema Avanzado de Laboratorio 4: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 40$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{40}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 20 Problema Avanzado de Laboratorio 5: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 45$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{45}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 21 Problema Avanzado de Laboratorio 6: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 50$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{50}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 22 Problema Avanzado de Laboratorio 7: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 55$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{55}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 23 Problema Avanzado de Laboratorio 8: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 60$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{60}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 24 Problema Avanzado de Laboratorio 9: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 65$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{65}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

Ejercicio 25 Problema Avanzado de Laboratorio 10: Teorema del Límite Central

Se toma una muestra aleatoria de $n = 70$ observaciones de una variable con $\mu = 50$ y $\sigma = 12$. Determina la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ supere 52.5.

Datos del Problema:

- Media poblacional: $\mu = 50$
- Error estándar: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{70}}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Distribución Normal: Campana de Gauss y Puntuación Z**

