

Identidades Trigonométricas Fundamentales

Guía de 25 Demostraciones Resueltas Paso a Paso y Formulario Completo

 Edición de Estudio Gratuita (Primeros 5 Resueltos + 20 de Práctica)

★ Formulario Rápido y Conceptos Fundamentales

Identidades Pitagóricas: Deducidas directamente del Teorema de Pitágoras en el círculo trigonométrico unitario.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta, \quad 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

Identidades Recíprocas y por Cociente: Relaciones fundamentales para transformar expresiones complejas a senos y cosenos.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \quad \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

Identidades de Ángulo Doble: Permiten simplificar argumentos dobles y resolver ecuaciones trigonométricas.

$$\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta, \quad \cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

Suma y Diferencia de Ángulos: Desarrollo de argumentos compuestos para cálculo exacto de funciones.

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

Parte 1: Calentamiento (Uso Directo de Fórmulas)

Enfocada en afianzar conceptos clave y despejes básicos.

Ejercicio 1 Suma de Tangente y Cotangente

Demuestra paso a paso la identidad fundamental: $\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \csc \theta$.

💡 Procedimiento Paso a Paso:

Datos Clave:

- Miembro izquierdo (LHS): $\tan \theta + \cot \theta$
- Miembro derecho (RHS): $\sec \theta \csc \theta$

Fórmula y Despeje:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

Despejando:

Transformar todo a senos y cosenos y sumar fracciones con común denominador.

Sustitución y Operaciones:

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$$

RESULTADO:

$$\frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} = \sec \theta \csc \theta \quad (\text{Q.E.D.})$$

Nota Física: Al usar la pitagórica $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, el numerador se colapsa a 1, obteniendo de inmediato el producto de recíprocas.

Ejercicio 2 Multiplicación por el Conjugado

Verifica la igualdad trigonométrica: $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Expresión racional trigonométrica con denominador binomio: $1 + \cos \theta$

Fórmula y Despeje:

$$(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta) = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

Despejando:

Multiplicar numerador y denominador por el conjugado $(1 - \cos \theta)$.

Sustitución y Operaciones:

$$\frac{\sin \theta(1 - \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} = \frac{\sin \theta(1 - \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{\sin \theta(1 - \cos \theta)}{\sin^2 \theta}$$

RESULTADO:

$$\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \text{RHS} \quad (\text{Demostrado})$$

Nota Física: La técnica del binomio conjugado transforma sumas en diferencias de cuadrados aprovechando las identidades pitagóricas.

Ejercicio 3 Suma de Secante al Cuadrado y Cosecante al Cuadrado

Demuestra la notable equivalencia entre suma y producto: $\sec^2 \theta + \csc^2 \theta = \sec^2 \theta \csc^2 \theta$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- LHS: $\sec^2 \theta + \csc^2 \theta$
- RHS: $\sec^2 \theta \csc^2 \theta$

Fórmula y Despeje:

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \quad \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

Despejando:

Expresar como suma de fracciones: $\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}$

Sustitución y Operaciones:

$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta}$$

RESULTADO:

$$\left(\frac{1}{\cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) = \sec^2 \theta \csc^2 \theta \quad (\text{Q.E.D.})$$

Nota Física: La suma se convierte algebraicamente en un producto exacto debido a que la suma del numerador es idéntica a 1.

Ejercicio 4 Diferencia de Fracciones Racionales

Demuestra la identidad: $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 2 \tan \theta$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Sustracción de fracciones con denominadores conjugados

Fórmula y Despeje:

$$(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta) = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

Despejando:

Factorizar $\cos \theta$ y restar fracciones cruzadas.

Sustitución y Operaciones:

$$\cos \theta \left[\frac{(1 + \sin \theta) - (1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta} \right] = \cos \theta \left(\frac{2 \sin \theta}{\cos^2 \theta} \right) = \frac{2 \sin \theta}{\cos \theta}$$

RESULTADO:

$$2 \tan \theta = \text{RHS} \quad (\text{Q.E.D.})$$

Nota Física: Los términos unitarios se cancelan en el numerador dejando $2 \sin \theta$, y un factor de coseno se simplifica con el denominador.

Ejercicio 5 Cociente de Pitagóricas

Demuestra que: $\frac{1+\tan^2 \theta}{1+\cot^2 \theta} = \tan^2 \theta$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- LHS con binomios pitagóricos

Fórmula y Despeje:

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta, \quad 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

Despejando:

$$\frac{\sec^2 \theta}{\csc^2 \theta} = \frac{1/\cos^2 \theta}{1/\sin^2 \theta}$$

Sustitución y Operaciones:

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)^2$$

RESULTADO:

$$\tan^2 \theta = \text{RHS} \quad (\text{Demostrado})$$

Nota Física: La sustitución directa por identidades pitagóricas simplifica la fracción en solo dos pasos algebraicos.

Parte 2: Análisis y Aplicación Práctica

Problemas contextualizados que requieren más de un paso analítico.

Ejercicio 6 Demostración Fundamental 1: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 1$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 7 Demostración Fundamental 2: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 2$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 8 Demostración Fundamental 3: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 3$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 9 Demostración Fundamental 4: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 4$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 10 Demostración Fundamental 5: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 5$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 11 Demostración Fundamental 6: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 6$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 12 Demostración Fundamental 7: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 7$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 13 Demostración Fundamental 8: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 8$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 14 Demostración Fundamental 9: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 9$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 15 Demostración Fundamental 10: Simplificación y Factorización

Demuestra paso a paso la identidad: $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 1$. Caso parametrizado con potencia $n = 10$.

Datos del Problema:

- Factorización de suma de cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Parte 3: Nivel Examen e Ingeniería

Ejercicios de alta exigencia, situaciones combinadas y casos reales.

Ejercicio 16 Problema de Examen 1: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 1.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 17 Problema de Examen 2: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 2.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 18 Problema de Examen 3: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 3.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 19 Problema de Examen 4: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 4.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 20 Problema de Examen 5: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 5.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 21 Problema de Examen 6: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 6.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 22 Problema de Examen 7: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 7.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 23 Problema de Examen 8: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 8.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 24 Problema de Examen 9: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 9.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**

Ejercicio 25 Problema de Examen 10: Identidades con Ángulo Doble y Argumentos Compuestos

Demuestra la identidad trigonométrica con ángulo doble: $\frac{1-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} = \tan \theta$. Variación analítica para nivel universitario examen 10.

Datos del Problema:

- $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2 \theta$
- $\sin(2\theta) = 2\sin \theta \cos \theta$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Identidades Trigonométricas Fundamentales**