FISIMAT.com.mx

GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

Ing. Carlos Julián
Guía Exclusiva de Estudio

Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Guía Maestra de 25 Ejercicios Resueltos Paso a Paso y Formulario Práctico

🎁 Edición de Estudio Gratuita (Primeros 5 Resueltos + 20 de Práctica)

⭐ Formulario Rápido y Conceptos Fundamentales

Razones Directas (SOH - CAH - TOA): Relaciones fundamentales entre el cateto opuesto (CO), cateto adyacente (CA) y la hipotenusa (H).

$$\sin\theta = \frac{CO}{H}, \qquad \cos\theta = \frac{CA}{H}, \qquad \tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

Razones Recíprocas: Inversas multiplicativas de seno, coseno y tangente respectivamente.

$$\csc\theta = \frac{H}{CO} = \frac{1}{\sin\theta}, \qquad \sec\theta = \frac{H}{CA} = \frac{1}{\cos\theta}, \qquad \cot\theta = \frac{CA}{CO} = \frac{1}{\tan\theta}$$

Teorema de Pitágoras e Identidad Fundamental: Permite hallar el tercer lado de cualquier triángulo rectángulo conocidos los otros dos.

$$H^2 = CO^2 + CA^2, \qquad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

Valores Notables Exactos (30°, 45°, 60°): Valores exactos recurrentes en exámenes de admisión UNAM, IPN y EXANI-II.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 45^\circ = 1$$

Razones Trigonométricas Inversas: Se emplean cuando se conocen las longitudes de dos lados y la incógnita es el ángulo agudo.

$$\theta = \arcsin\left(\frac{CO}{H}\right) = \arccos\left(\frac{CA}{H}\right) = \arctan\left(\frac{CO}{CA}\right)$$

Parte 1: Calentamiento (Uso Directo de Fórmulas)

Enfocada en afianzar conceptos clave y despejes básicos.

Ejercicio 1 **Cálculo de las 6 razones en un triángulo pitagórico 3-4-5**

En un triángulo rectángulo, el cateto opuesto al ángulo θ mide $3\ \text{cm}$, el cateto adyacente mide $4\ \text{cm}$ y la hipotenusa mide $5\ \text{cm}$. Calcula $\sin\theta$, $\cos\theta$ y $\tan\theta$.

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- Cateto opuesto: $CO = 3\ \text{cm}$
- Cateto adyacente: $CA = 4\ \text{cm}$
- Hipotenusa: $H = 5\ \text{cm}$

Fórmula y Despeje:

$$\sin\theta = \frac{CO}{H}, \quad \cos\theta = \frac{CA}{H}, \quad \tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

Sustitución y Operaciones:

$$\sin\theta = \frac{3}{5} = 0.6, \quad \cos\theta = \frac{4}{5} = 0.8, \quad \tan\theta = \frac{3}{4} = 0.75$$

RESULTADO: $\sin\theta = 0.6,\ \cos\theta = 0.8,\ \tan\theta = 0.75$

Nota Física: Al ser una terna pitagórica exacta ($3^2 + 4^2 = 5^2$), las razones resultan decimales exactos menores que 1 para seno y coseno.

Ejercicio 2 **Hallar la hipotenusa por Pitágoras y calcular cosecante y secante**

Un triángulo rectángulo tiene cateto opuesto $CO = 5\ \text{u}$ y cateto adyacente $CA = 12\ \text{u}$ respecto al ángulo α. Determina H, $\csc\alpha$ y $\sec\alpha$.

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- $CO = 5\ \text{u}$
- $CA = 12\ \text{u}$

Fórmula y Despeje:

$$H = \sqrt{CO^2 + CA^2}, \quad \csc\alpha = \frac{H}{CO}, \quad \sec\alpha = \frac{H}{CA}$$

Despejando:

$$H = \sqrt{5^2 + 12^2}$$

Sustitución y Operaciones:

$$H = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13\ \text{u}, \quad \csc\alpha = \frac{13}{5} = 2.6, \quad \sec\alpha = \frac{13}{12} \approx 1.083$$

RESULTADO: $H = 13\ \text{u},\ \csc\alpha = \frac{13}{5},\ \sec\alpha = \frac{13}{12}$

Nota Física: Tanto $\csc\alpha$ como $\sec\alpha$ son mayores o iguales a 1 porque la hipotenusa siempre supera a cada cateto.

Ejercicio 3 **Cálculo del cateto opuesto usando el seno**

Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide $20\ \text{m}$ y un ángulo agudo mide $30°$, calcula la longitud del cateto opuesto a dicho ángulo.

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- Hipotenusa: $H = 20\ \text{m}$
- Ángulo agudo: $\theta = 30°$

Fórmula y Despeje:

$$\sin\theta = \frac{CO}{H}$$

Despejando:

$$CO = H \cdot \sin\theta$$

Sustitución y Operaciones:

$$CO = 20 \cdot \sin 30° = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 10\ \text{m}$$

RESULTADO: $CO = 10\ \text{m}$

Nota Física: En todo triángulo rectángulo con ángulo de $30°$, el cateto opuesto mide exactamente la mitad de la hipotenusa.

Ejercicio 4 **Cálculo del cateto adyacente usando el coseno**

Determina el cateto adyacente de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es $16\ \text{cm}$ y cuyo ángulo agudo adyacente mide 60°.

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- Hipotenusa: $H = 16\ \text{cm}$
- Ángulo: $\theta = 60^\circ$

Fórmula y Despeje:

$$\cos\theta = \frac{CA}{H}$$

Despejando:

$$CA = H \cdot \cos\theta$$

Sustitución y Operaciones:

$$CA = 16 \cdot \cos 60^\circ = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 8\ \text{cm}$$

RESULTADO: $CA = 8\ \text{cm}$

Nota Física: Como 30° y 60° son complementarios, $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = 0.5$.

Ejercicio 5 **Cálculo de cateto opuesto con tangente de 45°**

En un triángulo rectángulo, el ángulo agudo es $\theta = 45^\circ$ y su cateto adyacente mide $14\ \text{m}$. Encuentra el valor del cateto opuesto.

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- Cateto adyacente: $CA = 14\ \text{m}$
- Ángulo: $\theta = 45^\circ$

Fórmula y Despeje:

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

Despejando:

$$CO = CA \cdot \tan\theta$$

Sustitución y Operaciones:

$$CO = 14 \cdot \tan 45^\circ = 14 \cdot 1 = 14\ \text{m}$$

RESULTADO: $CO = 14\ \text{m}$

Nota Física: Un triángulo rectángulo con un ángulo de 45° es isósceles, por lo que ambos catetos tienen exactamente la misma longitud.

Parte 2: Análisis y Aplicación Práctica

Problemas contextualizados que requieren más de un paso analítico.

Ejercicio 6 **Altura de una torre mediante ángulo de elevación**

Un topógrafo coloca un teodolito a $40\ \text{m}$ de la base de una torre vertical y mide un ángulo de elevación de 35° hacia la cúspide. Calcula la altura h de la torre (despreciando la altura del teodolito).

Datos del Problema:

- Distancia horizontal: $CA = 40\ \text{m}$
- Ángulo de elevación: $\theta = 35^\circ$

🔒 **¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 7 Escalera apoyada contra un muro vertical

Una escalera de $10\ \text{m}$ de longitud se apoya sobre una pared vertical formando un ángulo de 60° con el suelo horizontal. Calcula la altura que alcanza y la distancia de su pie a la pared.

Datos del Problema:

- Longitud de la escalera: $H = 10\ \text{m}$
- Ángulo con el suelo: $\theta = 60^\circ$

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 8 Sombra proyectada por un árbol al atardecer

Un árbol de $15\ \text{m}$ de altura proyecta una sombra horizontal cuando los rayos del sol inciden con un ángulo de elevación de 38°. ¿Cuál es la longitud s de la sombra?

Datos del Problema:

- Altura del árbol: $CO = 15\ \text{m}$
- Ángulo solar: $\theta = 38^\circ$

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 9 Ángulo de depresión desde un faro hacia una embarcación

Desde la cima de un faro de $45\ \text{m}$ sobre el nivel del mar se observa una lancha con un ángulo de depresión de 24°. ¿A qué distancia horizontal de la base del faro se encuentra la lancha?

Datos del Problema:

- Altura del faro: $CO = 45\ \text{m}$
- Ángulo de depresión: $\beta = 24^\circ$ (igual al de elevación $\alpha = 24^\circ$)

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 10 Determinación de ángulo mediante función inversa

Una rampa de acceso tiene $12\ \text{m}$ de longitud inclinada y sube una altura vertical de $2.4\ \text{m}$. Calcula el ángulo de inclinación θ respecto a la horizontal.

Datos del Problema:

- Hipotenusa (rampa): $H = 12\ \text{m}$
- Cateto opuesto (altura): $CO = 2.4\ \text{m}$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 11 Cálculo de cable tensor en una antena

Un cable tensor sujeta el extremo superior de una antena de $28\ \text{m}$ formando un ángulo de 53° con el piso. ¿Cuál es la longitud L del cable?

Datos del Problema:

- Altura de la antena: $CO = 28\ \text{m}$
- Ángulo con el suelo: $\theta = 53^\circ$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 12 Obtención de todas las razones a partir de tan θ = 8/15

Dado que θ es un ángulo agudo y $\tan\theta = \frac{8}{15}$, calcula los valores exactos de $\sin\theta$, $\cos\theta$ y $\sec\theta$.

Datos del Problema:

- $CO = 8$
- $CA = 15$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 13 Despegue de avión con ángulo de ascenso constante

Un avión despega manteniendo un ángulo de ascenso constante de 18° y recorre una distancia inclinada en el aire de $1500\ \text{m}$. ¿Qué altitud vertical h alcanza en ese instante?

Datos del Problema:

- Trayectoria inclinada: $H = 1500\ \text{m}$
- Ángulo de ascenso: $\theta = 18^\circ$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 14 Cometa volando con cuerda inclinada

Un niño sostiene la cuerda de un papalote desenrollando $65\ \text{m}$ completamente tensos. Si el ángulo respecto a la horizontal es 42° y la mano está a $1.2\ \text{m}$ del piso, ¿a qué altura total sobre el suelo vuela el papalote?

Datos del Problema:

- Longitud de cuerda: $H = 65\ \text{m}$
- Ángulo: $\theta = 42^\circ$
- Altura inicial de la mano: $h_0 = 1.2\ \text{m}$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 15 **Ancho de un río mediante triangulación perpendicular**

Para medir el ancho w de un río, un estudiante camina $50\ \text{m}$ paralelos a la orilla desde un punto A frente a un árbol en la orilla opuesta hasta un punto B, y mide un ángulo de 52° hacia el árbol. Calcula el ancho w.

Datos del Problema:

- Base a lo largo de la orilla: $CA = 50\ \text{m}$
- Ángulo desde B: $\theta = 52^\circ$

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Parte 3: Nivel Examen e Ingeniería

Ejercicios de alta exigencia, situaciones combinadas y casos reales.

Ejercicio 16 **Evaluación exacta sin calculadora con ángulos notables**

Calcula el valor numérico exacto de la expresión: $E = 4\sin 30^\circ + 2\cos^2 45^\circ - \tan^2 60^\circ$.

Datos del Problema:

- $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$
- $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 17 Doble observación de un edificio desde el mismo lado

Desde un punto P en el suelo, el ángulo de elevación hacia la cima de un edificio es 30°. Al caminar $40\ \text{m}$ en línea recta hacia el edificio hasta Q, el ángulo sube a 60°. Halla la altura h del edificio.

Datos del Problema:

- Distancia recorrida: $PQ = 40\ \text{m}$
- Ángulo lejano: 30°, ángulo cercano: 60°
- Sea x la distancia de Q a la base\)

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 18 Altura de una antena colocada sobre un edificio

Desde un punto a $30\ \text{m}$ de la base de un edificio, los ángulos de elevación hasta la base y hasta la punta de una antena instalada en la azotea son 40° y 52°, respectivamente. Calcula la altura a de la antena.

Datos del Problema:

- Distancia horizontal: $d = 30\ \text{m}$
- $\theta_1 = 40^\circ$ (edificio), $\theta_2 = 52^\circ$ (edificio + antena)

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 19 Descomposición rectangular de una fuerza de tensión

Se tira de un bloque con una fuerza $F = 250\ \text{N}$ inclinada 36.87° sobre la horizontal ($\cos 36.87^\circ \approx 0.8$, $\sin 36.87^\circ \approx 0.6$). Calcula las componentes horizontal F_x y vertical F_y.

Datos del Problema:

- Magnitud: $F = 250\ \text{N}$
- Ángulo: $\theta = 36.87^\circ$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 20 Área de un triángulo isósceles usando trigonometría

Un triángulo isósceles tiene dos lados iguales de $12\ \text{cm}$ que forman ángulos de 70° en la base. Calcula su base b, su altura h y su área total A.

Datos del Problema:

- Lado igual (hipotenusa de mitad): $L = 12\ \text{cm}$
- Ángulo en la base: $\theta = 70^\circ$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 21 Razones trigonométricas en el Segundo Cuadrante

El lado terminal de un ángulo θ en posición estándar pasa por el punto $P(-6, 8)$. Determina r, $\sin\theta$, $\cos\theta$ y $\tan\theta$.

Datos del Problema:

- $x = -6$ (Cuadrante II)
- $y = 8$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 22 Pendiente de una carretera en porcentaje y grados

Una señal de tránsito indica una pendiente descendente del 12% (desciende $12\ \text{m}$ verticales por cada $100\ \text{m}$ horizontales). ¿Qué ángulo de inclinación θ tiene la carretera y cuánto desciende tras recorrer $500\ \text{m}$ inclinados?

Datos del Problema:

- $\tan\theta = \frac{12}{100} = 0.12$
- Longitud inclinada: $H = 500\ \text{m}$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 23 Distancia entre dos embarcaciones desde un acantilado

Desde lo alto de un acantilado de $80\ \text{m}$, se observan dos barcos alineados frente a él con ángulos de depresión de 45° y 30°. Calcula la separación d entre ambos barcos.

Datos del Problema:

- Altura del acantilado: $h = 80\ \text{m}$
- Ángulo cercano: 45°, ángulo lejano: 30°

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 24 Cálculo de razón trigonométrica dada otra identidad pitagórica

Sabiendo que θ es agudo y $\cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$, calcula los valores exactos de $\sin\theta$ y $\tan\theta$ sin usar calculadora.

Datos del Problema:

- $CA = \sqrt{5}, H = 3$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Ejercicio 25 **Apotema y área de un hexágono regular mediante trigonometría**

Calcula el apotema a y el área total A de un hexágono regular cuyo lado mide $L = 8\ \text{cm}$ utilizando razones trigonométricas.

Datos del Problema:

- Lado: $L = 8\ \text{cm}$, semilado: $4\ \text{cm}$
- Ángulo central por triángulo: $360^\circ/6 = 60^\circ$, mitad: 30°

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo**