

Regla de la Cadena en Derivadas

Guía de 25 Ejercicios Resueltos Paso a Paso y Formulario Esencial

 Edición de Estudio Gratuita (Primeros 5 Resueltos + 20 de Práctica)

★ Formulario Rápido y Conceptos Fundamentales

Regla de la Cadena (Formulación de Leibniz): La derivada total es el producto de la derivada exterior por la derivada interior.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Regla de la Potencia Generalizada: Aplica para cualquier exponente real n , entero o fraccionario.

$$\frac{d}{dx}[u^n] = nu^{n-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

Funciones Trascendentes Compuestas: Derivada de funciones exponenciales y logarítmicas de argumento compuesto.

$$\frac{d}{dx}[e^u] = e^u \cdot u', \quad \frac{d}{dx}[\ln(u)] = \frac{u'}{u}$$

Funciones Trigonométricas Compuestas: Todo argumento trigonométrico compuesto requiere multiplicar por la derivada del ángulo.

$$\frac{d}{dx}[\sin(u)] = \cos(u) \cdot u', \quad \frac{d}{dx}[\cos(u)] = -\sin(u) \cdot u'$$

Parte 1: Calentamiento (Uso Directo de Fórmulas)

Enfocada en afianzar conceptos clave y despejes básicos.

Ejercicio 1 Derivada de Potencia Polinomial Simple

Deriva la función $y = (3x^2 + 5)^4$ aplicando la regla de la cadena con identificación explícita de la función interna y externa.

💡 Procedimiento Paso a Paso:

Datos Clave:

- Función exterior: $f(u) = u^4$
- Función interior: $u = 3x^2 + 5$

Fórmula y Despeje:

$$\frac{dy}{dx} = 4u^3 \cdot \frac{du}{dx}$$

Despejando:

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}(3x^2 + 5) = 6x$$

Sustitución y Operaciones:

$$\frac{dy}{dx} = 4(3x^2 + 5)^3 \cdot (6x)$$

RESULTADO:

$$y' = 24x(3x^2 + 5)^3$$

Nota Física: Multiplicamos el coeficiente exterior 4 por el 6x de la derivada interna para simplificar la expresión final.

Ejercicio 2 Derivada de una Raíz Cuadrada Compuesta

Encuentra la derivada de la función $y = \sqrt{4x^3 - 7}$ reescribiéndola previamente en forma de exponente fraccionario.

💡 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Forma exponencial: $y = (4x^3 - 7)^{1/2}$
- Variable intermedia: $u = 4x^3 - 7$

Fórmula y Despeje:

$$\frac{d}{dx}[u^{1/2}] = \frac{1}{2}u^{-1/2} \cdot u'$$

Despejando:

$$u' = \frac{d}{dx}(4x^3 - 7) = 12x^2$$

Sustitución y Operaciones:

$$y' = \frac{1}{2}(4x^3 - 7)^{-1/2} \cdot (12x^2) = \frac{12x^2}{2\sqrt{4x^3 - 7}}$$

RESULTADO:

$$y' = \frac{6x^2}{\sqrt{4x^3 - 7}}$$

Nota Física: Simplificamos la fracción dividiendo 12 entre 2 y retornamos la potencia fraccionaria negativa a raíz en el denominador.

Ejercicio 3 Derivada de Seno con Argumento Lineal

Calcula la derivada de la función trigonométrica $y = \sin(5x - 2)$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Función exterior: $\sin(u)$
- Argumento interior: $u = 5x - 2$

Fórmula y Despeje:

$$\frac{d}{dx}[\sin(u)] = \cos(u) \cdot u'$$

Despejando:

$$u' = \frac{d}{dx}(5x - 2) = 5$$

Sustitución y Operaciones:

$$y' = \cos(5x - 2) \cdot (5)$$

RESULTADO:

$$y' = 5 \cos(5x - 2)$$

Nota Física: Por convención algebraica, la constante numérica interna se antepone a la función trigonométrica para evitar confusiones de multiplicación en el ángulo.

Ejercicio 4 Derivada de Función Exponencial Natural Compuesta

Determina la derivada de $y = e^{3x^2-2x}$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Base exponencial: $f(u) = e^u$
- Exponente interior: $u = 3x^2 - 2x$

Fórmula y Despeje:

$$\frac{d}{dx}[e^u] = e^u \cdot u'$$

Despejando:

$$u' = \frac{d}{dx}(3x^2 - 2x) = 6x - 2$$

Sustitución y Operaciones:

$$y' = e^{3x^2-2x} \cdot (6x - 2)$$

RESULTADO:

$$y' = (6x - 2)e^{3x^2-2x}$$

Nota Física: La función exponencial natural se reproduce a sí misma y se multiplica por la derivada de su exponente.

Ejercicio 5 Derivada de Logaritmo Natural con Argumento Polinomial

Calcula la derivada de $y = \ln(2x^4 + 1)$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Función exterior: $\ln(u)$
- Argumento interior: $u = 2x^4 + 1$

Fórmula y Despeje:

$$\frac{d}{dx}[\ln(u)] = \frac{u'}{u}$$

Despejando:

$$u' = \frac{d}{dx}(2x^4 + 1) = 8x^3$$

Sustitución y Operaciones:

$$y' = \frac{8x^3}{2x^4 + 1}$$

RESULTADO:

$$y' = \frac{8x^3}{2x^4 + 1}$$

Nota Física: La derivada del logaritmo es directamente el cociente entre la derivada interna en el numerador y el argumento original en el denominador.

Parte 2: Análisis y Aplicación Práctica

Problemas contextualizados que requieren más de un paso analítico.

Ejercicio 6 Potencia con Argumento de Grado Tres

Deriva $y = (5x^3 - 2x)^7$ simplificando al máximo por factorización de términos comunes.

Datos del Problema:

- Función exterior: u^7
- Interior: $u = 5x^3 - 2x$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 7 Coseno con Argumento Polinomial

Halla la derivada de $y = \cos(x^3 + 2x)$.

Datos del Problema:

- Exterior: $\cos(u)$
- Interior: $u = x^3 + 2x$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 8 Fracción Algebraica con Potencia en el Denominador

Calcula la derivada de $y = \frac{1}{(2x^2+3)^3}$ evitando la regla del cociente mediante exponente negativo.

Datos del Problema:

- Forma reescrita: $y = (2x^2 + 3)^{-3}$
- Interior: $u = 2x^2 + 3$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 9 Tangente con Argumento Cuadrático

Deriva la función trigonométrica $y = \tan(4x^2)$.

Datos del Problema:

- Exterior: $\tan(u)$
- Interior: $u = 4x^2$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 10 Exponencial con Argumento Trigonométrico

Determina la derivada de $y = e^{\sin(x)}$.

Datos del Problema:

- Exterior: e^u
- Interior: $u = \sin(x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 11 Raíz Cúbica de un Binomio al Cuadrado

Deriva $y = \sqrt[3]{(7x - 2)^2}$ convirtiendo a potencia fraccionaria.

Datos del Problema:

- Reescritura: $y = (7x - 2)^{2/3}$
- Interior: $u = 7x - 2$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 12 Logaritmo Natural de Coseno

Calcula la derivada de $y = \ln(\cos(x))$ y expresa el resultado como una función trigonométrica fundamental.

Datos del Problema:

- Exterior: $\ln(u)$
- Interior: $u = \cos(x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 13 Potencia de Función Trigonométrica (Regla de la Cebolla)

Deriva $y = \sin^3(x) = (\sin(x))^3$.

Datos del Problema:

- Exterior: u^3
- Interior: $u = \sin(x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 14 Exponencial de Base Arbitraria Compuesta

Calcula la derivada de $y = 3^{2x^2+1}$.

Datos del Problema:

- Base constante: $a = 3$
- Exponente compuesto: $u = 2x^2 + 1$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 15 Función Arco Seno Compuesta

Deriva la función trigonométrica inversa $y = \arcsin(2x)$.

Datos del Problema:

- Exterior: $\arcsin(u)$
- Interior: $u = 2x$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Parte 3: Nivel Examen e Ingeniería

Ejercicios de alta exigencia, situaciones combinadas y casos reales.

Ejercicio 16 Triple Regla de la Cadena Anidada

Encuentra la derivada de la función con tres capas de composición: $y = \sin(e^{3x^2})$.

Datos del Problema:

- Capa 1 (Exterior): $f(v) = \sin(v)$
- Capa 2 (Media): $v = e^u$
- Capa 3 (Interior): $u = 3x^2$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 17 Regla del Producto Combinada con Regla de la Cadena

Calcula la derivada de $y = x^2(3x - 1)^5$ expresando el resultado completamente factorizado.

Datos del Problema:

- Primer factor: $u = x^2 \implies u' = 2x$
- Segundo factor: $v = (3x - 1)^5 \implies v' = 5(3x - 1)^4(3) = 15(3x - 1)^4$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 18 Cociente con Potencia Compuesta en el Numerador

Halla la derivada de $y = \frac{(2x+1)^3}{x^2+1}$.

Datos del Problema:

- Numerador: $N = (2x + 1)^3 \implies N' = 3(2x + 1)^2(2) = 6(2x + 1)^2$
- Denominador: $D = x^2 + 1 \implies D' = 2x$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 19 Raíz Cuadrada de un Cociente

Deriva $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

Datos del Problema:

- Forma: $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{1/2}$
- Derivada del interior: $u' = \frac{1(x-1) - (x+1)(1)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**. **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas****Ejercicio 20** Arco Tangente con Argumento Polinomial Cuadrático

Calcula la derivada de $y = \arctan(x^2 + 3x)$.

Datos del Problema:

- Exterior: $\arctan(u)$
- Interior: $u = x^2 + 3x \implies u' = 2x + 3$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**. **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas****Ejercicio 21** Logaritmo de Secante más Tangente

Deriva $y = \ln(\sec(3x) + \tan(3x))$.

Datos del Problema:

- Interior: $u = \sec(3x) + \tan(3x)$
- $u' = 3 \sec(3x) \tan(3x) + 3 \sec^2(3x) = 3 \sec(3x) [\tan(3x) + \sec(3x)]$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**. **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 22 Derivación Implícita con Regla de la Cadena

Dada la ecuación de la curva $x^3 + y^3 = 6xy$ (Folio de Descartes), encuentra $\frac{dy}{dx}$ considerando a y como función implícita de x .

Datos del Problema:

- Término en y : $\frac{d}{dx}[y^3] = 3y^2 \cdot y'$
- Término en producto: $\frac{d}{dx}[6xy] = 6y + 6xy'$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 23 Tasas de Cambio Relacionadas (Vaciado de Tanque Cónico)

Un tanque cónico invertido de radio $R = 2$ m y altura $H = 4$ m se vacía a razón constante de $0.2 \text{ m}^3/\text{min}$. Por semejanza geométrica, su volumen es $V = \frac{\pi}{12}h^3$. Expresa $\frac{dV}{dt}$ en función de $\frac{dh}{dt}$ y calcula la rapidez con que desciende el nivel cuando $h = 2$ m.

Datos del Problema:

- Volumen: $V = \frac{\pi}{12}h^3$
- Razón de cambio volumétrica: $\frac{dV}{dt} = -0.2 \text{ m}^3/\text{min}$
- Nivel evaluado: $h = 2$ m

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 24 Función Exponencial Doble (Torre de Exponentes)

Halla la derivada de $y = e^{e^{2x}}$.

Datos del Problema:

- Exterior: e^u con $u = e^{2x}$
- Interior: $u = e^v$ con $v = 2x$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**

Ejercicio 25 Aplicación en Física: Velocidad en Oscilador Amortiguado

La posición de una partícula en movimiento armónico amortiguado está modelada por $x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi)$. Determina la función de velocidad instantánea $v(t) = x'(t)$ aplicando simultáneamente regla del producto y regla de la cadena.

Datos del Problema:

- Factor 1: $u = Ae^{-\gamma t} \implies u' = -\gamma Ae^{-\gamma t}$
- Factor 2: $v = \cos(\omega t + \phi) \implies v' = -\omega \sin(\omega t + \phi)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de la Cadena en Derivadas**