

Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados

Guía de 25 Ejercicios Resueltos Paso a Paso y Formulario Esencial

 Edición de Estudio Gratuita (Primeros 5 Resueltos + 20 de Práctica)

★ Formulario Rápido y Conceptos Fundamentales

Regla de L'Hôpital (Forma Fundamental): Válido exclusivamente para indeterminaciones directas $\frac{0}{0}$ o $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Transformación de Producto a Cociente: Transforma una indeterminación $0 \cdot \infty$ en $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$.

$$f(x) \cdot g(x) = \frac{f(x)}{1/g(x)} \quad \text{o} \quad \frac{g(x)}{1/f(x)}$$

Transformación de Formas Exponenciales: Resuelve formas indeterminadas 1^∞ , 0^0 y ∞^0 .

$$y = [f(x)]^{g(x)} \implies \ln(y) = g(x) \cdot \ln(f(x))$$

Diferencia de Infinitos: Mediante común denominador se convierte en una fracción única para aplicar derivadas.

$$\infty - \infty \implies \frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)} = \frac{f(x) - g(x)}{f(x) \cdot g(x)}$$

Parte 1: Calentamiento (Uso Directo de Fórmulas)

Enfocada en afianzar conceptos clave y despejes básicos.

Ejercicio 1 Límite notable trigonométrico

Calcula el límite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x}$.

💡 Procedimiento Paso a Paso:

Datos Clave:

- Función numerador: $f(x) = \sin(3x) \implies f(0) = 0$
- Función denominador: $g(x) = x \implies g(0) = 0$
- Tipo de indeterminación: $\frac{0}{0}$

Fórmula y Despeje:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Despejando:

$$f'(x) = 3 \cos(3x), \quad g'(x) = 1$$

Sustitución y Operaciones:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos(3x)}{1} = \frac{3 \cos(0)}{1} = \frac{3(1)}{1} = 3$$

RESULTADO:

$$L = 3$$

Nota Física: Al evaluar directamente da 0/0. Aplicando L'Hôpital derivando numerador y denominador por separado, el límite converge a 3.

Ejercicio 2 Límite racional con polinomios

Calcula: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Numerador: $2^3 - 8 = 0$
- Denominador: $2^2 - 4 = 0$
- Forma indeterminada: $\frac{0}{0}$

Fórmula y Despeje:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Despejando:

$$f'(x) = 3x^2, \quad g'(x) = 2x$$

Sustitución y Operaciones:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2}{2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{2} = \frac{3(2)}{2} = 3$$

RESULTADO:

$$L = 3$$

Nota Física: Se evita la factorización por diferencia de cubos y diferencia de cuadrados derivando directamente con L'Hôpital.

Ejercicio 3 Límite con funciones exponenciales al infinitoCalcula: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$. **Procedimiento Paso a Paso:****Datos Clave:**

- Numerador: $e^\infty = \infty$
- Denominador: $\infty^2 = \infty$
- Forma: $\frac{\infty}{\infty}$

Fórmula y Despeje:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2x}$$

Despejando:

Persiste $\frac{\infty}{\infty}$. Aplicamos L'Hôpital por segunda vez: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2}$ **Sustitución y Operaciones:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2} = \frac{\infty}{2} = \infty$$

RESULTADO:

$$L = +\infty$$

Nota Física: La función exponencial de base e crece asintóticamente mucho más rápido que cualquier potencia polinomial.

Ejercicio 4 Límite con logaritmo natural

Determina: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Numerador: $\ln(1) = 0$
- Denominador: $1 - 1 = 0$
- Forma: $\frac{0}{0}$

Fórmula y Despeje:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Despejando:

$$f'(x) = \frac{1}{x}, \quad g'(x) = 1$$

Sustitución y Operaciones:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1/x}{1} = \frac{1/1}{1} = 1$$

RESULTADO:

$$L = 1$$

Nota Física: Este límite define la derivada formal de $\ln(x)$ en $x = 1$.

Ejercicio 5 Límite trigonométrico con doble aplicación

Calcula: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$.

 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Numerador: $1 - \cos(0) = 0$
- Denominador: $0^2 = 0$
- Forma: $\frac{0}{0}$

Fórmula y Despeje:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{2x}$$

Despejando:

Da nuevamente $\frac{0}{0}$. Segunda derivada: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{2}$

Sustitución y Operaciones:

$$\frac{\cos(0)}{2} = \frac{1}{2}$$

RESULTADO:

$$L = \frac{1}{2}$$

Nota Física: El uso de derivadas sucesivas resuelve de inmediato límites que requerían conjugados trigonométricos engorrosos.

Parte 2: Análisis y Aplicación Práctica

Problemas contextualizados que requieren más de un paso analítico.

Ejercicio 6 Transformación Indeterminada 1: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^1 \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-1}}$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 7 Transformación Indeterminada 2: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1.5} \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-1.5}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 8 Transformación Indeterminada 3: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-2}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 9 Transformación Indeterminada 4: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2.5} \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-2.5}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 10 Transformación Indeterminada 5: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-3}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados

Ejercicio 11 Transformación Indeterminada 6: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{3.5} \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-3.5}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados

Ejercicio 12 Transformación Indeterminada 7: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^4 \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-4}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados

Ejercicio 13 Transformación Indeterminada 8: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{4.5} \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-4.5}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados

Ejercicio 14 Transformación Indeterminada 9: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^5 \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-5}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados

Ejercicio 15 Transformación Indeterminada 10: Formas Producto y Resta

Calcula el límite indeterminado: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{5.5} \ln(x)$.

Datos del Problema:

- Forma inicial: $0 \cdot (-\infty)$
- Reescritura: $\frac{\ln(x)}{x^{-5.5}}$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados

Parte 3: Nivel Examen e Ingeniería

Ejercicios de alta exigencia, situaciones combinadas y casos reales.

Ejercicio 16 Límite Exponencial Avanzado 1: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

[Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados](#)

Ejercicio 17 Límite Exponencial Avanzado 2: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

[Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados](#)

Ejercicio 18 Límite Exponencial Avanzado 3: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln\left(1 + \frac{4}{x}\right)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

[Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados](#)

Ejercicio 19 Límite Exponencial Avanzado 4: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln(1 + 5/x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 20 Límite Exponencial Avanzado 5: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{6}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln(1 + 6/x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 21 Límite Exponencial Avanzado 6: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln(1 + 7/x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 22 Límite Exponencial Avanzado 7: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln(1 + 8/x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 23 Límite Exponencial Avanzado 8: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{9}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln(1 + 9/x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 24 Límite Exponencial Avanzado 9: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln(1 + 10/x)$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**

Ejercicio 25 Límite Exponencial Avanzado 10: Tipo 1^∞

Determina el valor del límite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{11}{x}\right)^x$.

Datos del Problema:

- Forma: 1^∞
- Tomamos logaritmo natural: $\ln(y) = x \ln(1 + 11/x)$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

 **Desbloquear Guía Completa de Regla de L'Hôpital y Límites Indeterminados**