

Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones

Guía Maestra de 25 Ejercicios Resueltos Paso a Paso con Gráficas y Cálculo de Volúmenes

 Edición de Estudio Gratuita (Primeros 5 Resueltos + 20 de Práctica)

★ Formulario Rápido y Conceptos Fundamentales

Método de Discos (Rotación eje X): Volumen generado al rotar la curva $y = f(x)$ respecto al eje horizontal entre a y b .

$$V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$$

Método de Arandelas (Región entre dos curvas): $R(x)$ es el radio exterior y $r(x)$ es el radio interior respecto al eje de giro.

$$V = \pi \int_a^b ([R(x)]^2 - [r(x)]^2) dx$$

Método de Cascarones Cilíndricos (Eje Y): $p(x)$ es el radio medio del cascarón cilíndrico y $h(x)$ es la altura de la banda vertical.

$$V = 2\pi \int_a^b p(x) \cdot h(x) dx$$

Rotación sobre Eje Desplazado $y = k$: Radio ajustado como la distancia euclidiana entre la curva y la recta de rotación.

$$V = \pi \int_a^b [f(x) - k]^2 dx$$

Parte 1: Calentamiento (Uso Directo de Fórmulas)

Enfocada en afianzar conceptos clave y despejes básicos.

Ejercicio 1 Método de Discos: Parábola estándar alrededor del eje X

Calcula el volumen del sólido generado al rotar la región acotada por $y = x^2$, el eje x y las rectas $x = 0$ y $x = 2$ alrededor del eje x .

💡 Procedimiento Paso a Paso:

Datos Clave:

- Función generatriz: $y = f(x) = x^2$
- Límites de integración: $a = 0$, $b = 2$
- Eje de rotación: Eje x ($y = 0$)

Fórmula y Despeje:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Despejando:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx$$

Sustitución y Operaciones:

$$V = \pi \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \pi \left(\frac{32}{5} - 0 \right) = \frac{32\pi}{5}$$

RESULTADO:

$$V = \frac{32\pi}{5} \approx 20.106 \text{ u}^3$$

Nota Física: Al ser una región adyacente al eje de giro, el método de discos produce cilindros infinitesimales sin hueco interior.

Ejercicio 2 Método de Arandelas: Región entre recta y parábola

Determina el volumen del sólido generado al rotar la región encerrada por $y = x$ y $y = x^2$ alrededor del eje x .

💡 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Curva superior: $R(x) = x$
- Curva inferior: $r(x) = x^2$
- Puntos de corte: $x = x^2 \implies x = 0, x = 1$

Fórmula y Despeje:

$$V = \pi \int_a^b ([R(x)]^2 - [r(x)]^2) dx$$

Despejando:

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - x^4) dx$$

Sustitución y Operaciones:

$$V = \pi \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right]_0^1 = \pi \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{2\pi}{15}$$

RESULTADO:

$$V = \frac{2\pi}{15} \approx 0.419 \text{ u}^3$$

Nota Física: La diferencia de cuadrados resta el volumen del núcleo interior hueco generado por la curva inferior.

Ejercicio 3 Método de Discos con Raíz Cuadrada: Cono truncado parabólico

Halla el volumen generado al girar la curva $y = \sqrt{x}$ entre $x = 0$ y $x = 4$ alrededor del eje x .

💡 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Función: $y = \sqrt{x}$
- Límites: $a = 0, b = 4$
- Radio: $R(x) = \sqrt{x}$

Fórmula y Despeje:

$$V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$$

Despejando:

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx$$

Sustitución y Operaciones:

$$V = \pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^4 = \pi \left(\frac{16}{2} - 0 \right) = 8\pi$$

RESULTADO:

$$V = 8\pi \approx 25.133 \text{ u}^3$$

Nota Física: La raíz cuadrada al elevarse al cuadrado se simplifica directamente en un polinomio lineal de integración directa.

Ejercicio 4 Rotación alrededor del eje Y (Integración en dy)

Calcula el volumen del sólido generado al rotar la región acotada por $y = x^3$, $y = 8$ y $x = 0$ alrededor del eje y.

💡 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Función en términos de y: $x = g(y) = y^{1/3}$
- Límites verticales: $c = 0$, $d = 8$
- Eje de giro: Eje y ($x = 0$)

Fórmula y Despeje:

$$V = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy$$

Despejando:

$$V = \pi \int_0^8 (y^{1/3})^2 dy = \pi \int_0^8 y^{2/3} dy$$

Sustitución y Operaciones:

$$V = \pi \left[\frac{3}{5} y^{5/3} \right]_0^8 = \frac{3\pi}{5} (8^{5/3}) = \frac{3\pi}{5} (32) = \frac{96\pi}{5}$$

RESULTADO:

$$V = \frac{96\pi}{5} \approx 60.319 \text{ u}^3$$

Nota Física: Cuando el eje de rotación es vertical, se despeja x en función de y e integramos diferencialmente en dy.

Ejercicio 5 Rotación sobre Eje Desplazado $y = -1$

Encuentra el volumen del sólido al rotar la región bajo $y = x^2$ desde $x = 0$ hasta $x = 2$ alrededor de la recta horizontal $y = -1$.

💡 Procedimiento Paso a Paso:**Datos Clave:**

- Función: $f(x) = x^2$
- Eje de giro: $y = -1$
- Radio: $R(x) = f(x) - (-1) = x^2 + 1$
- Límites: $[0, 2]$

Fórmula y Despeje:

$$V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$$

Despejando:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 1)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 + 2x^2 + 1) dx$$

Sustitución y Operaciones:

$$V = \pi \left[\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x \right]_0^2 = \pi \left(\frac{32}{5} + \frac{16}{3} + 2 \right) = \frac{206\pi}{15}$$

RESULTADO:

$$V = \frac{206\pi}{15} \approx 43.145 \text{ u}^3$$

Nota Física: Al estar el eje desplazado en $y = -1$, la distancia radial aumenta en 1 unidad respecto a la función.

Parte 2: Análisis y Aplicación Práctica

Problemas contextualizados que requieren más de un paso analítico.

Ejercicio 6 Aplicación Práctica 1: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 2x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 2]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 2x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 2x - x^2$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 7 Aplicación Práctica 2: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 3x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 3]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 3x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 3x - x^2$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 8 **Aplicación Práctica 3: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 4x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 4]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 4x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 4x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 9 **Aplicación Práctica 4: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 5x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 5]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 5x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 5x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 10 **Aplicación Práctica 5: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 6x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 6]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 6x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 6x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 11 **Aplicación Práctica 6: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 7x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 7]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 7x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 7x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 12 **Aplicación Práctica 7: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 8x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 8]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 8x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 8x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 13 **Aplicación Práctica 8: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 9x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 9]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 9x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 9x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 14 **Aplicación Práctica 9: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 10x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 10]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 10x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 10x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 15 **Aplicación Práctica 10: Cascarones Cilíndricos y Ejes Variables**

Determina el volumen del sólido generado al rotar la curva $y = 11x - x^2$ alrededor del eje vertical $x = 0$ en el intervalo $[0, 11]$.

Datos del Problema:

- Función: $y = 11x - x^2$
- Radio medio: $p(x) = x$
- Altura: $h(x) = 11x - x^2$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Parte 3: Nivel Examen e Ingeniería

Ejercicios de alta exigencia, situaciones combinadas y casos reales.

Ejercicio 16 Problema Avanzado de Ingeniería 1: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{16 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -1$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{16 - x^2}$
- Eje: $y = -1$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 17 Problema Avanzado de Ingeniería 2: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{20 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -2$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{20 - x^2}$
- Eje: $y = -2$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$



¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 18 Problema Avanzado de Ingeniería 3: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{24 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -3$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{24 - x^2}$
- Eje: $y = -3$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 19 Problema Avanzado de Ingeniería 4: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{28 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -4$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{28 - x^2}$
- Eje: $y = -4$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 20 Problema Avanzado de Ingeniería 5: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{32 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -5$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{32 - x^2}$
- Eje: $y = -5$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 21 Problema Avanzado de Ingeniería 6: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{36 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -6$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{36 - x^2}$
- Eje: $y = -6$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

**¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?**

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 22 Problema Avanzado de Ingeniería 7: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{40 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -7$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{40 - x^2}$
- Eje: $y = -7$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 23 Problema Avanzado de Ingeniería 8: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{44 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -8$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{44 - x^2}$
- Eje: $y = -8$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 24 Problema Avanzado de Ingeniería 9: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{48 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -9$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{48 - x^2}$
- Eje: $y = -9$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**

Ejercicio 25 Problema Avanzado de Ingeniería 10: Geometrías Compuestas

Un depósito toroidal o cúpula arquitectónica se modela rotando la elipse o arco $y = \sqrt{52 - x^2}$ alrededor de la recta $y = -10$. Encuentra el volumen total de almacenamiento.

Datos del Problema:

- Ecuación: $y = \sqrt{52 - x^2}$
- Eje: $y = -10$
- Límites simétricos: $[-2, 2]$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **\$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Sólidos de Revolución: Métodos de Discos, Arandelas y Cascarones**