FISIMAT.com.mx

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA • MATEMÁTICAS UNIVERSITARIAS

Ing. Carlos Julián
Guía Exclusiva de Estudio

Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Guía Maestra de 25 Ejercicios Resueltos Paso a Paso y Formulario de Inferencia Bayesiana

🎁 Edición de Estudio Gratuita (Primeros 5 Resueltos + 20 de Práctica)

⭐ Formulario Rápido y Conceptos Fundamentales

Definición de Probabilidad Condicional: Probabilidad de que ocurra el evento A sabiendo con certeza que ya ha ocurrido el evento B.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0$$

Ley de la Multiplicación: Permite descomponer la intersección conjunta en probabilidades marginales y condicionales.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

Ley de Probabilidad Total: Calcula la probabilidad no condicionada de B a través de una partición exhaustiva y disjunta {A1, A2, ..., Ak}.

$$P(B) = \sum_{i=1}^{k} P(A_i)P(B|A_i)$$

Teorema de Bayes (Forma General): Actualiza la probabilidad a priori P(Aj) a una probabilidad a posteriori P(Aj|B) tras observar la evidencia B.

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j)P(B|A_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{P(A_j)P(B|A_j)}{P(B)}$$

Valores Predictivos Clínicos: Valor Predictivo Positivo y Negativo en función de Sensibilidad (S), Especificidad (E) y Prevalencia (Pv).

$$VPP = \frac{S \cdot P_v}{S \cdot P_v + (1-E)(1-P_v)}, \quad VPN = \frac{E \cdot (1-P_v)}{E \cdot (1-P_v) + (1-S)P_v}$$

Parte 1: Calentamiento (Uso Directo de Fórmulas)

Enfocada en afianzar conceptos clave y despejes básicos.

Ejercicio 1 **Probabilidad condicional en una baraja estándar**

De una baraja estándar de 52 cartas se extrae una carta al azar. Sabiendo que la carta obtenida es una figura (J, Q, K), ¿cuál es la probabilidad de que sea un Rey de corazones?

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- Espacio muestral: $N = 52$ cartas
- Evento B: La carta es figura (J, Q, K de 4 palos) $\implies n(B) = 12$
- Evento A: La carta es Rey de corazones $\implies n(A) = 1$

Fórmula y Despeje:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

Despejando:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{52}, \quad P(B) = \frac{12}{52}$$

Sustitución y Operaciones:

$$P(A|B) = \frac{1/52}{12/52} = \frac{1}{12}$$

RESULTADO: $P(A|B) = \frac{1}{12} \approx 0.0833\,(8.33\%)$

Nota Física: Al conocerse que la carta es figura, el espacio muestral se reduce de 52 a 12 cartas posibles, de las cuales exactamente una es el Rey de corazones.

Ejercicio 2 **Ley de probabilidad total con dos máquinas de empaque**

En una planta de alimentos, la máquina A empaca el 60% de las cajas de cereal y la máquina B el 40%. La máquina A produce un 2% de cajas con sellado defectuoso, mientras que la máquina B produce un 5%. ¿Cuál es la probabilidad global de que una caja elegida al azar esté defectuosa?

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- P(A) = 0.60
- P(B) = 0.40
- P(D|A) = 0.02
- P(D|B) = 0.05

Fórmula y Despeje:

$$P(D) = P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B)$$

Despejando:

$$\text{Aplicación directa de la Ley de Probabilidad Total}$$

Sustitución y Operaciones:

$$P(D) = (0.60)(0.02) + (0.40)(0.05) = 0.012 + 0.020 = 0.032$$

RESULTADO: $P(D) = 0.032\,(3.20\%)$

Nota Física: La probabilidad total pondera las tasas de falla de cada máquina según su volumen relativo de producción.

Ejercicio 3 **Inferencia bayesiana sobre el origen de una pieza defectuosa**

Tomando en cuenta la planta de cereal del Ejercicio 2, si se selecciona una caja de cereal al azar y se detecta que tiene el sellado defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la máquina B?

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- P(A) = 0.60
- P(B) = 0.40
- P(D|A) = 0.02
- P(D|B) = 0.05
- P(D) = 0.032

Fórmula y Despeje:

$$P(B|D) = \frac{P(B)P(D|B)}{P(D)}$$

Despejando:

$$P(B \cap D) = P(B)P(D|B) = (0.40)(0.05) = 0.020$$

Sustitución y Operaciones:

$$P(B|D) = \frac{0.020}{0.032} = \frac{20}{32} = \frac{5}{8} = 0.625$$

RESULTADO: $P(B|D) = 0.625\,(62.50\%)$

Nota Física: Aunque la máquina B solo produce el 40% del cereal, su alta tasa de defectos triplica su representación entre las piezas dañadas, subiendo la probabilidad a posteriori al 62.5%.

Ejercicio 4 **Diagrama de árbol y selección de urnas**

Se tienen dos urnas. La Urna 1 contiene 4 bolas blancas y 6 negras. La Urna 2 contiene 7 bolas blancas y 3 negras. Se lanza una moneda equilibrada para elegir una urna y se extrae una bola. Si la bola extraída es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la Urna 1?

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- P(U_1) = 0.50
- P(U_2) = 0.50
- P(B|U_1) = 4/10 = 0.40
- P(B|U_2) = 7/10 = 0.70

Fórmula y Despeje:

$$P(U_1|B) = \frac{P(U_1)P(B|U_1)}{P(U_1)P(B|U_1) + P(U_2)P(B|U_2)}$$

Despejando:

$$P(B) = (0.50)(0.40) + (0.50)(0.70) = 0.20 + 0.35 = 0.55$$

Sustitución y Operaciones:

$$P(U_1|B) = \frac{0.20}{0.55} = \frac{20}{55} = \frac{4}{11}$$

RESULTADO: $P(U_1|B) = \frac{4}{11} \approx 0.3636\,(36.36\%)$

Nota Física: Observar una bola blanca hace más plausible que provenga de la Urna 2, reduciendo la probabilidad a priori de la Urna 1 de 50% a 36.36%.

Ejercicio 5 **Falsos positivos y especificidad elemental**

Un sensor de seguridad industrial detecta una fuga de gas con probabilidad de 98% si realmente hay fuga (sensibilidad). Si no hay fuga, el sensor activa una falsa alarma con probabilidad de 3% (tasa de falso positivo = 1 - especificidad). Si la probabilidad de fuga en una jornada es del 1%, calcula la probabilidad de que una alarma activada sea verídica.

💡 **Procedimiento Paso a Paso:**

Datos Clave:

- P(Fuga) = 0.01
- P(No Fuga) = 0.99
- P(Alarma|Fuga) = 0.98
- P(Alarma|No Fuga) = 0.03

Fórmula y Despeje:

$$P(Fuga|Alarma) = \frac{P(Fuga)P(Alarma|Fuga)}{P(Fuga)P(Alarma|Fuga) + P(NoFuga)P(Alarma|NoFuga)}$$

Despejando:

$$P(Alarma) = (0.01)(0.98) + (0.99)(0.03) = 0.0098 + 0.0297 = 0.0395$$

Sustitución y Operaciones:

$$P(Fuga|Alarma) = \frac{0.0098}{0.0395} \approx 0.2481$$

RESULTADO: $P(Fuga|Alarma) = 0.2481\ (24.81\%)$

Nota Física: A pesar del 98% de sensibilidad, el 75.19% de las alarmas son falsas debido a que las fugas son eventos muy infrecuentes frente a los días normales.

Parte 2: Análisis y Aplicación Práctica

Problemas contextualizados que requieren más de un paso analítico.

Ejercicio 6 Prueba médica diagnóstica y la paradoja de la tasa base

Una enfermedad rara afecta a 1 de cada 1000 personas en una población (prevalencia = 0.1%). Se dispone de una prueba serológica con sensibilidad del 99% ($P(+|E) = 0.99$) y especificidad del 98% ($P(-|\bar{E}) = 0.98$). Si un paciente seleccionado al azar da positivo, ¿cuál es la probabilidad real de que padezca la enfermedad?

Datos del Problema:

- Prevalencia: P(E) = 0.001
- P(\bar{E}) = 0.999
- Sensibilidad: P(+|E) = 0.99
- Falsos positivos: P(+|\bar{E}) = 1 - 0.98 = 0.02

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 7 Control de calidad con tres líneas de ensamblaje automatizadas

En una fábrica automotriz, tres robots A, B y C ensamblan inyectores de combustible: el robot A hace el 50%, el robot B el 30% y el C el 20%. Las tasas históricas de defectos son 1% para A, 2% para B y 4% para C. Se elige un inyector terminado al azar y resulta defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que proceda del robot C?

Datos del Problema:

- P(A) = 0.50, P(B) = 0.30, P(C) = 0.20
- P(D|A) = 0.01, P(D|B) = 0.02, P(D|C) = 0.04

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 8 Filtro bayesiano de correo electrónico para spam

Un servidor de correo clasifica el 40% de los mensajes entrantes como Spam y el 60% como Legítimos (Ham). La palabra "GRATIS" aparece en el 70% de los correos Spam y solo en el 3% de los correos Legítimos. Si un correo entrante contiene la palabra "GRATIS", calcula la probabilidad a posteriori de que sea Spam.

Datos del Problema:

- $P(S) = 0.40$
- $P(H) = 0.60$
- $P(W|S) = 0.70$
- $P(W|H) = 0.03$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 9 Sistema de detección de incendios en almacenes químicos

Un sistema contra incendios dispone de sensores ópticos. La probabilidad de que ocurra un incendio en un mes dado es 0.005. Si hay incendio, la alarma suena con probabilidad 0.95. Si no hay incendio, la alarma puede sonar accidentalmente por polvo con probabilidad 0.01. Si la alarma suena, ¿cuál es la probabilidad de que realmente haya un incendio?

Datos del Problema:

- $P(I) = 0.005$
- $P(\bar{I}) = 0.995$
- $P(A|I) = 0.95$
- $P(A|\bar{I}) = 0.01$

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 10 **Confiabilidad del detector de mentiras (Polígrafo)**

En un interrogatorio policial se asume a priori que el 85% de los sospechosos dice la verdad (V) y el 15% miente (M). Un polígrafo clasifica como mentiroso a quien miente con probabilidad del 90%, pero se equivoca acusando a una persona inocente que dice la verdad con probabilidad del 10%. Si el polígrafo indica que un sospechoso miente (L), ¿cuál es la probabilidad de que realmente esté mintiendo?

Datos del Problema:

- P(M) = 0.15
- P(V) = 0.85
- P(L|M) = 0.90
- P(L|V) = 0.10

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol**

Ejercicio 11 **Control antidopaje en competencias atléticas**

Se estima que el 2% de los atletas de una federación consume sustancias prohibidas. El test antidopaje de laboratorio tiene una sensibilidad del 99% y una tasa de falsos positivos del 0.5%. Si un atleta da positivo en el control, calcula la probabilidad de que sea un usuario real de dopaje.

Datos del Problema:

- P(D) = 0.02
- P(\bar{D}) = 0.98
- P(+|D) = 0.99
- P(+|\bar{D}) = 0.005

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 **Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol**

Ejercicio 12 Resolución bayesiana de la paradoja de Monty Hall

En un concurso de televisión hay 3 puertas: tras una hay un auto (C) y tras las otras dos hay cabras. El concursante elige la Puerta 1. El presentador Monty, que sabe dónde está el auto, abre la Puerta 3 revelando una cabra. Si Monty ofrece cambiar a la Puerta 2, demuestra mediante el Teorema de Bayes por qué conviene cambiar calculando $P(C_2|M_3)$.

Datos del Problema:

- P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = 1/3
- Reglas de Monty: P(M_3|C_1) = 1/2, P(M_3|C_2) = 1, P(M_3|C_3) = 0

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 13 Extracción sin reemplazo entre tres urnas de laboratorio

Tenemos tres recipientes con reactivos químicos: el frasco 1 tiene 6 ampollas puras y 4 impuras; el frasco 2 tiene 8 puras y 2 impuras; y el frasco 3 tiene 2 puras y 8 impuras. Se elige un frasco al azar con probabilidades 0.2, 0.5 y 0.3 respectivamente. Se extraen sin reemplazo dos ampollas del frasco elegido y ambas resultan puras. ¿Cuál es la probabilidad de haber elegido el frasco 2?

Datos del Problema:

- P(F_1) = 0.2, P(F_2) = 0.5, P(F_3) = 0.3
- P(2P|F_1) = \frac{6}{10}\frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}
- P(2P|F_2) = \frac{8}{10}\frac{7}{9} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}
- P(2P|F_3) = \frac{2}{10}\frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 14 Diagnóstico de cuellos de botella en clústeres de servidores en la nube

Un sistema web distribuye el tráfico entre tres regiones de la nube: US-East (45%), EU-West (35%) y AP-South (20%). La probabilidad de latencia superior a 500 ms es del 2% en US-East, 3% en EU-West y 8% en AP-South. Si un usuario reporta latencia superior a 500 ms, ¿cuál es la probabilidad de que su solicitud haya sido atendida por AP-South?

Datos del Problema:

- P(US) = 0.45, P(EU) = 0.35, P(AP) = 0.20
- P(L|US) = 0.02, P(L|EU) = 0.03, P(L|AP) = 0.08

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 15 Detección de fraudes financieros en compras bancarias internacionales

Un banco clasifica transacciones internacionales como sospechosas de fraude. Históricamente, el 0.3% de las operaciones son fraudulentas (F). El algoritmo antifraude marca como alerta roja (A) al 92% de las transacciones fraudulentas, pero genera falsa alarma en el 1.5% de transacciones legítimas. Si una compra activa una alerta roja, determina la probabilidad de que sea un fraude real.

Datos del Problema:

- P(F) = 0.003
- P(\bar{F}) = 0.997
- P(A|F) = 0.92
- P(A|\bar{F}) = 0.015

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Parte 3: Nivel Examen e Ingeniería

Ejercicios de alta exigencia, situaciones combinadas y casos reales.

Ejercicio 16 Actualización Bayesiana secuencial con dos pruebas médicas consecutivas

Un paciente sospechoso de tener una infección viral (prevalencia a priori = 5%) se somete a una prueba de antígenos con sensibilidad del 90% y especificidad del 95%. Si el resultado es positivo, se le aplica inmediatamente una segunda prueba idéntica e independiente y vuelve a dar positivo. Calcula la probabilidad posterior final tras las dos pruebas positivas consecutivas.

Datos del Problema:

- P_0(I) = 0.05, P_0(\bar{I}) = 0.95
- P(+|I) = 0.90, P(+|\bar{I}) = 0.05
- Independencia condicional: P(++|I) = (0.90)^2 = 0.81, P(++|\bar{I}) = (0.05)^2 = 0.0025

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 17 Cotejo de perfiles de ADN en criminología forense

En la escena de un crimen se recupera un perfil de ADN cuya frecuencia poblacional de coincidencia aleatoria es de 1 en 1,000,000 (10^{-6}). En una ciudad de 500,000 habitantes adultos, se identifica a un individuo con dicho perfil exacto. Si no existe ninguna otra evidencia previa que lo vincule al crimen (a priori uniforme $P(C) = 1/500,000$), calcula la probabilidad de que realmente sea el autor del crimen.

Datos del Problema:

- P(C) = 2 \times 10^{-6}
- P(\bar{C}) = 1 - 2 \times 10^{-6} \approx 1
- P(\text{Match}|C) = 1.0
- P(\text{Match}|\bar{C}) = 10^{-6}

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 18 Paradoja de la caja de Bertrand con monedas de oro y plata

Tres cajas idénticas tienen dos cajones cada una: la Caja 1 tiene 2 monedas de oro (OO), la Caja 2 tiene 2 monedas de plata (PP), y la Caja 3 tiene 1 de oro y 1 de plata (OP). Se elige una caja al azar, se abre un cajón al azar y se encuentra una moneda de oro (M_O). ¿Cuál es la probabilidad de que el otro cajón de la misma caja contenga también una moneda de oro?

Datos del Problema:

- P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = 1/3
- P(M_O|C_1) = 1
- P(M_O|C_2) = 0
- P(M_O|C_3) = 1/2

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 19 Canal de comunicación binario simétrico con ruido gaussiano

Un transmisor digital envía bits 0 y 1 con probabilidades $P(X=0)=0.6$ y $P(X=1)=0.4$. El canal ruidoso tiene una probabilidad de inversión de bit (crossover error) de $\epsilon = 0.08$. Si el receptor demodula y recibe un bit $Y=1$, ¿cuál es la probabilidad de que el bit originalmente transmitido fuera realmente $X=1$?

Datos del Problema:

- P(X=0) = 0.6, P(X=1) = 0.4
- P(Y=1|X=1) = 1 - \epsilon = 0.92
- P(Y=1|X=0) = \epsilon = 0.08

🔒

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 20 Filtro bayesiano de localización en robótica móvil

Un robot móvil navega en un pasillo lineal discreto con 3 celdas: C_1, C_2, C_3. La creencia inicial de ubicación es $P(C_1) = 0.5, P(C_2) = 0.3, P(C_3) = 0.2$. El robot activa un sensor de proximidad que detecta una pared (W). Se sabe que solo hay paredes frente a C_1 y C_3, por lo que $P(W|C_1) = 0.8$, $P(W|C_2) = 0.1$ y $P(W|C_3) = 0.9$. Actualiza el vector de creencias $P(C_i|W)$ tras la lectura.

Datos del Problema:

- Prior: P(C_1)=0.5, P(C_2)=0.3, P(C_3)=0.2
- Verosimilitudes: P(W|C_1)=0.8, P(W|C_2)=0.1, P(W|C_3)=0.9

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 21 Control de calidad con muestreo doble en microprocesadores

Un lote de 1000 microchips proviene de un proveedor A (probabilidad 0.7) o de un proveedor B (probabilidad 0.3). Los lotes de A contienen 1% de chips defectuosos, mientras que los de B contienen 5%. Se toma una muestra aleatoria de 20 chips y se observa exactamente 1 chip defectuoso ($k = 1$). Suponiendo aproximación binomial, ¿cuál es la probabilidad de que el lote sea del proveedor B?

Datos del Problema:

- P(A) = 0.7, P(B) = 0.3
- n = 20, k = 1
- P(k=1|A) = \binom{20}{1}(0.01)^1 (0.99)^{19} = 20(0.01)(0.8262) \approx 0.1652
- P(k=1|B) = \binom{20}{1}(0.05)^1 (0.95)^{19} = 20(0.05)(0.3774) \approx 0.3774

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 22 Prueba médica con tres categorías clínicas diagnósticas

En una clínica de oncología, los pacientes con nódulos pulmonares se clasifican en tres estados: Benigno (B, 70%), Indeterminado (I, 20%) y Maligno (M, 10%). Un biomarcador produce un resultado "Positivo Fuerte" con probabilidad 0.05 en Benignos, 0.30 en Indeterminados y 0.85 en Malignos. Si un paciente obtiene un resultado Positivo Fuerte, calcula la probabilidad de que su nódulo sea Maligno.

Datos del Problema:

- P(B) = 0.70, P(I) = 0.20, P(M) = 0.10
- P(+|B) = 0.05, P(+|I) = 0.30, P(+|M) = 0.85

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 23 Inferencia bayesiana de parámetros de una moneda trucada

Se tienen tres monedas en un cofre: la moneda 1 es equilibrada ($p_1 = 0.5$), la moneda 2 está sesgada con $p_2 = 0.7$ hacia cara, y la moneda 3 está muy trucada con $p_3 = 0.9$ hacia cara. Se toma una moneda al azar ($P(M_i) = 1/3$) y se lanza 4 veces obteniéndose 4 caras ($C = 4$). ¿Cuál es la probabilidad de haber seleccionado la moneda más trucada (M_3)?

Datos del Problema:

- P(M_1)=P(M_2)=P(M_3)=1/3
- P(4C|M_1) = (0.5)^4 = 0.0625
- P(4C|M_2) = (0.7)^4 = 0.2401
- P(4C|M_3) = (0.9)^4 = 0.6561

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 24 Clasificador Naive Bayes con independencia condicional de variables

Un clasificador de mensajes de soporte técnico categoriza tickets en "Urgente" (U) o "Normal" (N). A priori $P(U) = 0.20$ y $P(N) = 0.80$. Se extraen dos variables: presencia de palabra "Caído" (x_1) y hora fuera de oficina (x_2). Se asume independencia condicional entre x_1 y x_2 dada la clase: $P(x_1|U) = 0.8, P(x_2|U) = 0.6, P(x_1|N) = 0.1, P(x_2|N) = 0.2$. Si un ticket tiene ambas características ($x_1 = 1, x_2 = 1$), calcula la probabilidad de que sea Urgente.

Datos del Problema:

- P(U) = 0.20, P(N) = 0.80
- P(x_1, x_2|U) = (0.8)(0.6) = 0.48
- P(x_1, x_2|N) = (0.1)(0.2) = 0.02

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol

Ejercicio 25 Factor de Bayes y odds ratio en contraste de hipótesis forenses

En análisis criminalístico, la forma de momios (Odds) del Teorema de Bayes se formula como: $\text{Odds}_{\text{post}} = \text{Odds}_{\text{prior}} \times BF$, donde $BF = \frac{P(E|H_1)}{P(E|H_0)}$ es el Factor de Bayes. Si la sospecha inicial de culpabilidad (H_1) tiene un momio previo de $1:9$ ($P(H_1) = 0.10$), y una pericia balística tiene verosimilitud $P(E|H_1) = 0.85$ y $P(E|H_0) = 0.01$, calcula el Factor de Bayes y la probabilidad posterior de culpabilidad.

Datos del Problema:

- Odds_{prior} = 1/9 \approx 0.1111
- P(E|H_1) = 0.85
- P(E|H_0) = 0.01

¿Quieres ver el procedimiento paso a paso y la comprobación de este ejercicio?

Desbloquea la **Guía Completa en PDF** con los 25 ejercicios resueltos paso a paso, diagramas vectoriales y formulario extendido por solo **$49 MXN**.

👉 Desbloquear Guía Completa de Teorema de Bayes: Probabilidad Total y Diagramas de Árbol